

小学数学教学中“循环论证”逻辑错误案例及分析

文/东莞市教育局教研室 陈晓燕

逻辑错误是指思维过程中违反形式逻辑规律的要求和逻辑规则而产生的错误,如“偷换概念”、“偷换论题”、“自相矛盾”、“循环论证”等。小学数学教学中,由于部分教师逻辑学知识比较欠缺,教学中往往犯了典型逻辑错误,自己却毫无认识。笔者曾就听课过程中遇到的循环论证现象,与所有参与听课的教师进行探讨,结果是:能发现执教教师犯了循环论证谬误的老师非常少。这不得不令人对小学数学教学质量甚感担忧。

循环论证是指用来证明论题的论据本身的真实性要依靠论题来证明的逻辑错误,简单说,就是用假设证假设。本文通过两个典型课例,探讨小学数学教学中循环论证的不妥之处,期望引起广大小学数学教师的重视,教学中避免此类现象的发生。

课例一:乘法分配律

小学数学教学中,运算定律这一类课的教学一共有以下内容:加法交换律、加法结合律、乘法交换律、乘法结合律、乘法分配律以及整数运算定律推广到小数、分数。

从教材编排(人教版)可以看出,这一类课教学的思路基本一致,即:情境引出具体算式——计算得出两组算式结果相等——观察算式,初步感知规律——学生自己举例并分别计算——观察所有算式,发现规律——表述规律——应用规律。

在实际教学中,教师往往在“计算得出两组算式结果相等”以及“学生自己举例并分别计算”两个环节中出现逻辑错误。下面以乘法分配律(图1)为例具体说明。

图1展示了乘法分配律的教学流程。首先，通过情境引入算式：(4+2)×25 = 6×25 = 150(人) 和 4×25 + 2×25 = 100 + 50 = 150(人)。接着，引导学生观察并得出初步结论：(4+2)×25 = 4×25 + 2×25。然后，通过“想一想”环节，引导学生思考：25×(4+2) = 25×4 + 25×2。最后，总结出乘法分配律的公式：(a+b)×c = a×c + b×c。图中还包含了一些辅助性的说明，如“两个数的和与一个数相乘，可以先把这两个数分别与这个数相乘，再相加。”以及“这叫乘法分配律，用字母怎样表示？”

图1

一位教师的教学过程如下:

1. 通过情境,分别引出算式:(4+2)×25、4×25+2×25
2. 分别计算,发现结果相等,板书(4+2)×25=4×25+2×25
3. 引导学生观察等号两边的算式有什么相同点和不同点,初步感知乘法分配律的形式及结构。
4. 学生自由举例。

进行到此环节,乘法分配律还没有形成,要求学生举例,无非是两个目的:一是让学生对乘法分配律的含义及数学结构表达式有更清楚的了解和认识,以便下一环节学生能初步总结出乘法分配律的含义及正确表达;二是增加更多的实例,让规律的得出更合理、更有说服力(至少对于学生而言更有说服力)。在此,需要特别说明一下,在小学数学教学中,

让学生举出更多实例的要求(图2),因为运用不完全归纳法时,一类对象被考察的个别对象越多,范围越广,结论的可靠性就越大。在乘法分配律一课中,教材没有安排让学生举例,但是《教师教学用书》却特别说明:学生完成“想一想”后,可以让他们再举出一些类似的例子。

回到刚才所说的让学生举例的环节,通过以上分析,我们应该明白:让学生举例是为了得到更多的具体算式(个别对象),让学生能从较多的算式中找到共同点(某种属性),即乘法分配律。也就是说,在此环节,乘法分配律并没有得出(还只是一个假设),更不能运用。更具体地说,学生举例的时候,思维顺序应该是:分别写出(a+b)×c和a×c+b×c这样结构的两道算式,然后通过计算,得出两个算式结果相等,才能在两道算式中

图2展示了乘法分配律的教学流程。首先，通过情境引入算式：(4+2)×25 = 6×25 = 150(人) 和 4×25 + 2×25 = 100 + 50 = 150(人)。接着，引导学生观察并得出初步结论：(4+2)×25 = 4×25 + 2×25。然后，通过“想一想”环节，引导学生思考：25×(4+2) = 25×4 + 25×2。最后，总结出乘法分配律的公式：(a+b)×c = a×c + b×c。图中还包含了一些辅助性的说明，如“两个数的和与一个数相乘，可以先把这两个数分别与这个数相乘，再相加。”以及“这叫乘法分配律，用字母怎样表示？”

图2

发现规律这类课(包括找规律、运算律)的教学,所采用的基本都是不完全归纳法。所谓不完全归纳法,即以某类对象中个别的或特殊的部分对象具有(或不具有)某种属性为前提,推出该类事物具有(或不具有)该属性的一般结论的推理方法。在乘法分配律这一课中,(4+2)×25 = 4×25+2×25 以及学生所举的例子(算式)都是个别对象,一般结论是指(a+b)×c = a×c+b×c。由于不完全归纳法没有穷举考察对象的全体,因此它的结论属于似真推理,严格来说,其结论的正确性需要进一步证明。但是考虑小学阶段学生的接受能力和认知水平有限,教材并没有作此要求。只是用不同形式表达了

间添上“=”;或者先写上“=”,然后分别计算,确认其结果相等,或者用其他方式说明其结果相等,例如:用乘法的意义。与此同时,教师在听学生汇报并板书学生的例子时,也应该按以上思维顺序进行。但是,在实际教学中,笔者多次听这节课,多次都发现以下现象。

现象一:学生“用结论证结论”

举例环节,部分学生所写算式通常从左写到右,如:(6+8)×9 = 6×9+8×9……。学生之所以这样写,说明他们已经把“(a+b)×c = a×c+b×c”当成正确的结论,即已经默认它是正确的,是可以运用的。也就是说,学生这样做,其实质已不是举例来进一步证明结论,而是在运用